

Égészbiztosítási rendszerek modellezése az egészségügy finanszírozásában

Dr. Bacskai Miklós, Lang Zsolt, Healthware Kft.

Az egészségügy átalakítása során, az ellátási és társadalmi hatékonyság, a gazdaságos működés és forrásteremtés célkitűzései közötti egyensúly megtartására számos rendszerváltozat létezhet. Ennek ellenére a döntés-előkészítő viták során a különböző lehetőségek általában sematizált, eldöntendő kérdések formájában jelentkeznek. Célul tűztük ki egy komplex, de átlátható finanszírozói szimulációs modell kialakítását, ami lehetőséget nyújt az egyes rendszertípusok, ill. változtatások hatásainak mérésére, összehasonlítására. A bevételek mellé rendelt alaptőke és kapacitás értékek megadása mellett több szintű biztosítási rendszerek várólista-kialakítása, nyereség-felhalmozása, egyedi, ill. együttes csőd valószínűsége is modellezhető. A modellhez illesztett működési szabályok mellett történő optimalizálási eljárás, az elvárt hipotézisek függvényében ad becslést a felvázolt rendszer kedvezőbb paramétereinek kialakításához.

There is a big challenge in healthcare reform to strike the balance between the competing goals of ensuring equity, promoting flexibility and preserving efficiency. Nevertheless, the decision-preparing processes have often simplified the problem as temporary political questions. We have planned a complex but transparent multi-level, stochastic model in order to simulate the efficacy of different types of health insurance system and risk management. Specifying the expected values and probability distribution families of input parameters as income, expenditure, demand, queue, capacity and capital, the model can predict the trend of the profit and the failure probabilities for both a single fund and the health insurance system as a whole. Optimization tests and uncertainty analyses were completed to examine the strength of model's hypotheses and to revise the initial parameter settings.

HÁTTÉR

A jelenlegi kormányzati ciklusban számos intézkedés történt a hazai egészségügyi rendszer átalakítása érdekében. Bár mind a szakértők, mind az ellátásban érintettek szerint az ágazat állapota egyértelműen beavatkozásokat igényel, mégsem sikerült közös álláspontot kialakítani a szükséges változtatások végrehajtásához. Az egész társadalom figyelmét lekötő folyamatok jelentős ellenállást váltottak ki a szereplőkben, mérsékelve a korábbi beavatkozások eredményeinek hatását. A reform kitűzött céljai, ütemezése

és végrehajtásának módja jelentősen megosztotta a szakmai közvéleményt, kérdésessé téve bármely későbbiekben bevezetendő változtatással szembeni bizalmat.

A döntéshozók soha nem lesznek könnyű helyzetben. Az egészségügy átalakítása során, az ellátási és társadalmi hatékonyság, a gazdaságos működés és forrásteremtés célkitűzései közötti egyensúly létrehozása nem egyszerű folyamat. Habár számos rendszerváltozat létezik egy-egy paraméter hangsúlyosabb kiemelésével, de az ezeket létrehozó érvek gyakran egymást váltják egy rendszer valós működtetése során. A különböző igények szerint megjelenő sokszínűség függvényében a sematizált, mintaként emlegetett egészségügyi rendszerek típusai egy irányba konvergálnak [1].

Sajnos kijelenthető, hogy a döntés-előkészítő viták során a különböző lehetőségek általában azonnali eldöntendő kérdések formájában jelentkeznek, annak ellenére, hogy egy sikeres változtatás időben egymásra épülő, következetes lépések sorozatából áll. Pl. mit részesítünk előnyben általában; a széles körű hozzáférést vagy a gazdaságosságot, a méltányosságot vagy legszigorúbb terápiás eredményességet, ill. a forrásallokáció hatékonyságát, vagy az új források rendszerbe emelésének képességét.

CÉLOK

Egy olyan folyamatban, ahol a forrásteremtés lehetőségei által szabályozottan a strukturális, szabályozási, finanszírozási változások időben elnyújtva jelennek meg, több nehézséggel kell szembenéznünk a remélt hatás becslésekor. Egyrészt a beavatkozástól eltelt időtartam növeli a várt eredmény bizonytalanságát, másrészt a makro vagy mikro szinten történt behatások alacsonyabb, ill. magasabb absztrakciós szinten történő megjelenését számos tényező befolyásolhatja. A legtöbb beavatkozás célja a rendszer elemei közötti kapcsolatok módosítása, így az általában elérni szándékozott mennyiségi hatás bekövetkeztét a minőségi változások jelentősen torzíthatják.

A vázolt problémák feloldását olyan komplex finanszírozói modell kialakítása segítheti, ami lehetőséget nyújt az egyes rendszertípusok, ill. változtatások hatásainak mérésére, összehasonlítására. A szimulációnak képesnek kell lennie több évre vonatkozólag kezelni a kimenetek bizonytalanságát, valamint optimalizálni a finanszírozás szereplőinek dinamikusan változtatható működési és fejlesztési stratégiáját. Meghatározni a finanszírozásban elfoglalt súlyukat, részarányukat, ill. beállítani a kapcsolatuk definiálására szánt bemeneti paraméterek értékeit a megcélzott hatáshoz tartozó elfogadhatósági tartomány függvényében.

MÓDSZEREK ÉS MEGKÖZELÍTÉSEK

Egy összetett modell esetében a bizonytalanság kezelése kiemelt fontosságú feladat. Az ideális elemzés valószínűségekkel számol az egyes modellezett tényezők bekövetkezési értékeinek valószínűség-eloszlása alapján, ezáltal véve tekintetbe a kockázati források együttes hatását a függő változóra, ill. a kimenetelre.

Esetünkben a modell alapvető statikus, bemeneti paramétereit a vizsgált mutatókhoz tartozó sűrűségfüggvények, várható értékek és előfordulási valószínűségek adják. A bevételek és kiadások, szükségletek és kapacitások értékeinek függvényszerű összekapcsolásával, több éves ciklusra futtatható sztochasztikus modellt alakítottunk ki.

Az összesítő függvényműveletek segítségével valamennyi változó mellett fellépő bizonytalanságot figyelembe vehetjük, ezáltal becsülve a kimeneti oldal vizsgált paramétereinek várható értékét. A bonyolultabb, összetettebb folyamatok vizsgálatához – amelyeket nem lehetséges elfogadható idő alatt lefutó matematikai algoritmusokkal számszerűsíteni – Monte Carlo szimulációt használtunk.

Az egészségbiztosítók a gyógyítási és egyéb költségek fedezésére a biztosítottaktól díjat szednek. Működésük alapvető jellegzetessége, hogy a gyógyítási költségek jelentős mértékben véletlen ingadozásokat mutatnak. Ez a véletlenszerűség, ha kisebb nagyságrendben is, de a biztosítási díjakban is jelen van. A biztosítók stabil működésének alapfeltétele, hogy nagyszámú beteg esetén az átlagos gyógyítási költséget haladja meg a díjak átlaga. Valószínűségelméleti terminológiával megfogalmazva ugyanezt, a gyógyítási költségek várható értéke kisebb legyen, mint a díjak várható értéke.

A gyógyítási költségek véletlentől való függését számszerűsíthetjük, ha táblázatba gyűjtjük, hogy az egyes konkrét költségértékek milyen százalékarányban, ill. valószínűséggel fordulnak elő egy adott biztosított vagy ellátás vonatkozásában a vizsgált időszakban. Ilyen költségeloszlás táblázatot a részletes ellátási költségek adatbázisából lehet készíteni, amivel az OEP jelenleg is rendelkezik. A biztosításmatematika nem életbiztosítási ágában kidolgozott eljárások állnak rendelkezésre arra vonatkozólag, hogyan lehet a részletes, egyedi ellátási költségekből – ún. egyedi káreseményekből – az összesített költségek eloszlását modellezni [2, 3].

Hasonlóképpen, a biztosítási díjak eloszlás-táblázatára van szükség a várható díjak jellemzéséhez. Fontos megemlíteni, hogy az eloszlás-táblázatokból a várható, átlagos értékek mellett a szórás is számszerűsíthető. Ha az átlag körüli ingadozás a nagyobb költségek irányában jelentősebb, az a biztosítónak fokozott kockázatot jelent. Az eloszlások ebben az esetben nem szimmetrikusak, hanem ún. jobbra ferdek [4].

Egy sokszereplős, az OEP mellett többféle biztosítónak, biztosítási formának lehetőséget adó rendszert az egyes biztosítók gyógyítási és díjeloszlásaival modelleztünk. Ez a megközelítés lehetővé teszi, hogy megfelelő matematikai algoritmusokkal kiszámítsuk a biztosítók várható nyereségét, a

nyereség véletlenszerű ingadozását, a csőd valószínűségét, tömören fogalmazva a nyereség eloszlását. Hasonlóképpen, a várólisták forintban kifejezett értékének időszakra történő várható változása, a listák növekedésének valószínűsége is valószínűségelméleti módszerrel, számítógépes algoritmussal modellezhető.

A vázolt megközelítés legnagyobb ereje talán az, hogy a biztosítás folyamata szabályozhatóvá és tervezhetővé válik. Az identifikáció során, a modellezendő folyamattal kapcsolatos alaptörvények, feltételek és kritériumok rendszerének feltárását követően, meghatározásra kerültek a szimulált rendszer viselkedését leírni hivatott dinamikus vagy irányító paraméterek, ill. a rendszerszabályozási mechanizmusokat modellező feltétel-függvények összetevői. Az optimalizáció alkalmával a modell szabadsági fokait jelentő dinamikus paraméterek behangolása történik a múltbeli megfigyelés alapján hipotetikus megfogalmazott feltételek szerint.

A dinamikus paraméterek értékeit a rendszer szabályozását modellező feltétel-függvények összetevői befolyásolhatják. Az optimalizáló algoritmus egy veszteségfüggvényt minimalizál, amelynek komponensei, és főbb szempontjai az alábbiak [5, 6]:

- Várólisták minimalizálása
- Ellátási kapacitások növelése
- Csőd valószínűségének minimalizálása
- Viszontbiztosítási haszon minimalizálása
- Nyereség maximalizálása

A fenti szempontok súlyozása szerint különböző feltétel-rendszereket adhatunk meg egy adott statikus és dinamikus paraméterekkel rendelkező rendszer számára. Jelzés értékű, ha az optimalizáció kimozdítja a dinamikus paramétereket, ami arra utal, hogy az adott kritériumokat preferáló szabályozás esetén a rendszer viselkedése eltér a kiindulásban feltételezett állapotól. Ez persze lehet időszakos cél is, de ha nem, akkor ráirányítja a figyelmet egy más típusú szabályozási feltételrendszer kialakításának szükségére.

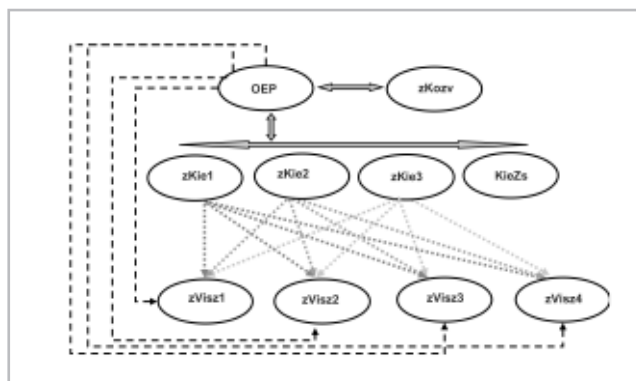
A biztosítók egységes objektumként kezelése lehetőségét ad bármilyen biztosítói lánc, ill. több szintű rendszer kialakítására. Az attribútumok, statikus paraméterek beállításával a szereplők között különbségek alakíthatók ki, ezáltal például a közvetlen betegterítés is modellezhető.

A MODELL FELÉPÍTÉSE

A szimuláció finanszírozói nézőpont szerint, alapesetben három éves időszakot modellez.

Az eljárás és a számítási algoritmus felépítéséhez az R statisztikai programot használtuk.

A jelenleg hálózatszerűen kialakított rendszer modell három szintből épül fel. A modellben az OEP és a kiegészítő biztosítók versenyben állnak egymással az ápolási esetekért, a nagy kockázatú esetek ellátására viszontbiztosítók szolgálhatnak. Érdemes feltételezni, hogy az állam mind a kiegészítő, mind a viszontbiztosítók piacán részt vesz (1. ábra).



1. ábra
A többszintű modell felépítése és kapcsolatai (zKozv: a betegek közvetlen térítése, az OEP alternatívája, KieZs: a betegek kiegészítő térítése, a kiegészítő biztosítók alternatívája, zKie1: az OEP, mint kiegészítő biztosító, zVisz1: az OEP, mint viszontbiztosító)

A biztosító objektumok között kétféle kapcsolat modellezhető. Egyrészt a dinamikus paraméterek között szereplő részesedési arányok beállítására optimalizációs eljárásokkal verseny alakítható ki, másrészt a megadott szerződések és viszonszámok alapján a károk továbbhárításának iránya szabható meg.

A modellezés során először a rendszert szabályozó, dinamikus paraméterek értékei kerülhetnek beállításra a választott optimalizációs eljárások segítségével. Ezt követően a függvényműveletek számítják ki a rendszerben definiált biztosítási objektumok várható viselkedését a megadott időszakokra. A biztosító objektumokra kalkulált eredmények eloszlásainak alapján Monte Carlo szimuláció segítségével határozhatók meg az adott paraméter teljes rendszerre jellemző összesített értékei és ezek valószínűségei. Mind az optimalizáció, mind a teljes rendszer vizsgálatokor 1000 iterációt alkalmaztunk.

A MODELL PARAMÉTEREI

Megkülönböztetünk a rendszer elemeit jellemző statikus, és a közöttük lévő viszonyokat leíró dinamikus paramétereket. Utóbbiakat a különböző optimalizálási mechanizmusok az aktuális veszteség-függvény beállítása értelmében módosíthatják egy adott időtartamra. A hipotetikus egészségügyi rendszerünkben kiindulásként évi 100 Mrd Ft összegű káresemény ellátását feltételeztük, a paraméterek értékeit lehetőség szerint pénzüsszegek formájában fejeztük ki.

További statikus paraméterek:

Díjszorzó: egy biztosító forrásteremtő képessége

Díjrátá: egy biztosító forrásallokációs hatékonysága

Biztosítási díj: adott kárfüggvényű ellátás kezelésének forrása

Működő tőke: az időszaki veszteségek kezelésére és kapacitásbővítésre fordítható tartalék

Kapacitás: a szolgáltatás ellátásának képessége; hiánya várólistát eredményez

Fontosabb dinamikus paraméterek:

Ellátási részarány: az egymással versenyző biztosítók piaci részesedése az összes kárból

Továbbhárítás részaránya (arányos viszontbiztosítás): amilyen arányban részesül a viszontbiztosító a díjakból, olyan arányban vállal részt a károk fedezéséből [7]

Továbbhárítás küszöbe (stop loss viszontbiztosítás): adott küszöb felett valamennyi kár fedezete a viszontbiztosítót terheli [7]

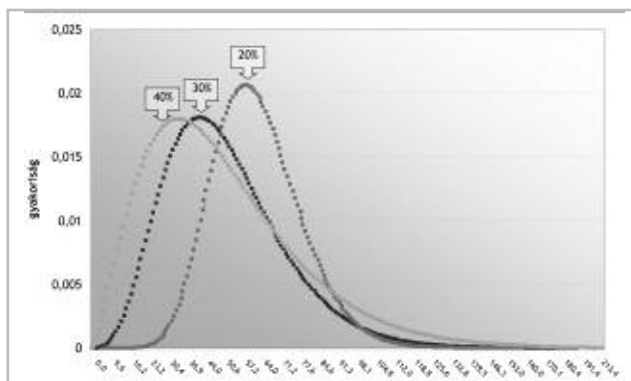
Viszontbiztosítás díja: a továbbhárított kár átvállalásának extra díja

Kapacitásbővítés: adott biztosító évenként kivitelezett fejlesztésének mértéke

Várólista: felhalmozódó ellátatlan esetek kezelési költsége

EREDMÉNYEK

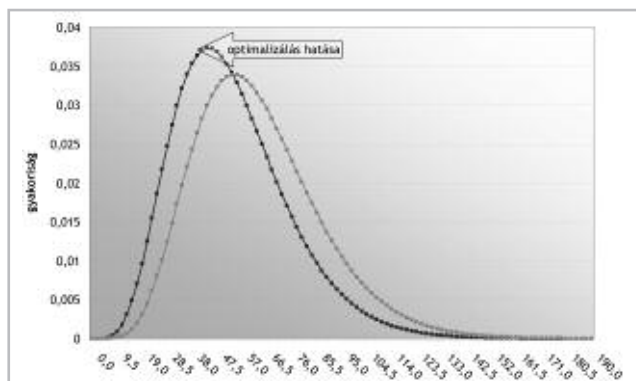
A modellezés során arra kerestünk választ, hogy a kialakított biztosítói szerkezetnek van-e jelentősége a különböző elméleti káreloszlások melletti ellátások szimulációja során. A vizsgálathoz – a statikus paraméterek segítségével – különböző költségeloszlásokkal szembesítettük az eltérő tőke és hatékonyságbeli háttérrel rendelkező biztosítási láncokat (2. ábra).



2. ábra
Különböző költség gyakoriságú kárgörbék az OEP-re vonatkozólag; Egy időszak országos gyógyítási költségének variációs együtthatója: 20/30/40%.

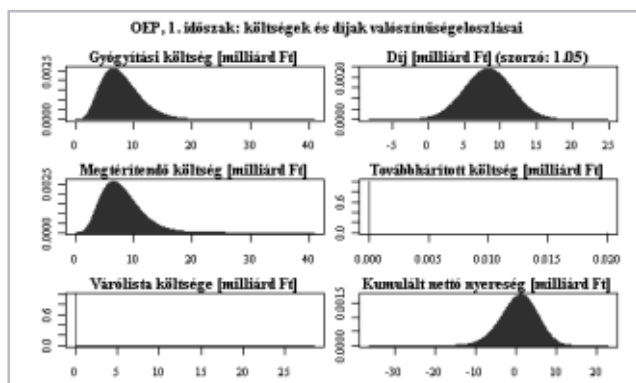
A felállított eltérő kárszerkezetű modelleken különböző optimalizációs beállításokat is futattunk arra nézve, hogy esetenként mekkora nagyságrendi eltérések következnek be a kiindulási állapothoz képest. A veszteségfüggvény komponenseit úgy állítottuk be, hogy bizonyos szabályozási attitűdöket képviseljenek a számítás során. Alapesetben az egyes komponensek egyforma súllyal képviseltették magukat, míg egy kitüntetett esetben a rendszer gazdaságosságát, egy másikban a stabilitást, azaz a csőd kockázatának minimalizálását részesítettük előnyben (3. ábra).

Megállapítható, hogy ha a kiadások szimmetrikus, normálisához közelítő eloszlást mutatnak, jelentősen nagyobb mozgástér mutatkozik egy rendszer formálására, de az egyes szereplők ebben való érdekeltsége kicsi. Amennyi-



3. ábra
Optimalizálás hatására stabilizálódott biztosítói kárüggvény (OEP). A várható érték és a szórás nagysága a továbbadott károk hatására csökken.

ben a károk eloszlása jobbra ferde formát vesz fel, a tendencia megváltozik. Az OEP, mint alapbiztosító egyre nagyobb mértékben hajlandó az ellátások egy részét a kiegészítő biztosítók részére átadni, ill. viszontbiztosítási megállapodásokat kötni (4. ábra).



4. ábra
Az egyes biztosító-objektumok eredménytablója

A kockázatok kiigazításában egy ideig a kapacitásbővítés is részt vesz, de a káreloszlás ferdülése esetén, a károk továbbadásával a bővítés üteme megáll. A károk továbbhárítása a rendszeren belül először a kiegészítő biztosítóknál jelentkezik, egyrészt mert egy alapbiztosító elsősorban a nagy értékű káreseményekről hajlandó lemondani, másrészt a kisebb bevételi díjtartalékok kevésbé stabilizálják működésüket. A nagy várható értékű károk átadásához kezdetben az adott küszöb feletti (stop loss) hátrítás a domináns, de az arányos viszontbiztosítási formák egyértelműen átveszik a szerepet a szélsőséges kockázatok esetében. Az arányos viszontbiztosítással elsősorban a nagy ellátási szellettel rendelkező alapbiztosító él, és általában képes annyira stabilizálni a teljes rendszert, hogy a kiegészítők számára elegendő a küszöb alapú továbbhárítás kialakítása.

A várólisták nagysága folyamatosan nő a szélsőséges károk megjelenésének kockázatával, sőt azok az optimalizációs beállítások is, amelyek a rendszer csődkockázatának csökkentésére hivatott szabályozást szimulálják, elő-

szeretettel tovább emelik mértékét. Ezért is indokolt a rendszer gazdaságos működésére és tőkefejlesztésére figyelmet szentelni, hiszen a célzott kapacitásbővítés a várólisták felszámolásának egyik eszköze. A viszontbiztosítás gyakran nagyobb részben csökkentette a várólisták kialakulását, mint az egész rendszer csődkockázatát.

A várólisták növekedése együtt jár a ténylegesen térített károk, azaz az ellátások mértékének csökkenésével. A nettó, várólistás költségek levonása utáni nyereség értéke a különböző káreloszlású modelleknél enyhén csökken, mivel a várólisták növekedéséből származó plusz források egy része a sikeres viszontbiztosítások térítésére megy el. Ennek ellenére a vizsgált időtartamban a rendszer egészének működési vesztesége, azaz a csődkockázat folyamatosan emelkedett.

A modellben az OEP és a kiegészítő biztosítók versenyben állnak egymással az ápolási esetekért. A kiegészítő biztosítók tőkeateremtő képességük függvényében nagyobb szeletet kapnak az ellátásból az optimalizáció során.

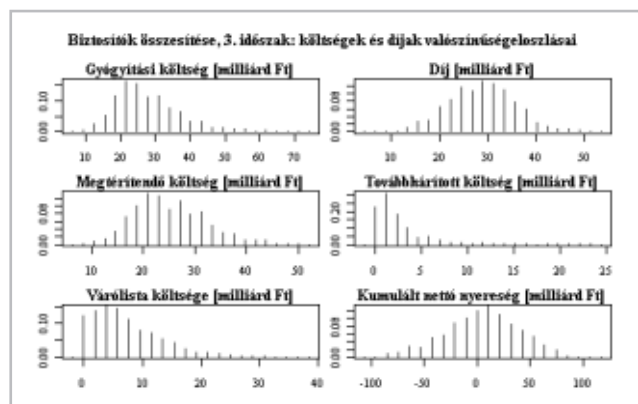
Ha jelentős valószínűséggel fordulnak elő nagy költségigényű esetek, azaz a költségek eloszlása nagy szórású jobbra ferde eloszlás, akkor egy kisebb kiegészítő biztosító költségei nagy valószínűséggel meghaladják a díjakból származó bevételeket. A díjak várható értéke nagyobb a költségek várható értékénél, önmagában ennek stabilizáló hatása azonban csak 10-15 év elteltével várható. A kiegészítő biztosító viszontbiztosítással egyensúlyba hozhatja a működést, azonban a magas viszontbiztosítási díjak miatt ez a módszer a nyereség várható értékét csökkenti. Magas működési tőkével a csőd valószínűsége redukálható, emellett a kiegészítő biztosító alapvető érdeke, hogy előzetesen felmérje a nagy költségigényű esetek előfordulási gyakoriságát, és előzetes kalkulációt végezzen arra, hogy mekkora működési tőke bevonásával lehetséges a csőd kockázatát elfogadható szintre korlátozni. Kiegészítő biztosítók esetében a kapacitások korlátos volta hosszú várólisták kialakulását eredményezheti.

Az OEP, mint a legnagyobb biztosító a leginkább védett a költséges esetek kockázatával szemben, ezért a kiegészítő biztosítók versenytere inkább a nagyszámú esettel, kisebb költséggel bíró kasszáknál képzelhető el. Ha az OEP saját viszontbiztosítói háttér mellett a nagy kockázatú károkat kiigazítja a rendszerből, a kiegészítő biztosítók piaca jelentős mértékű növekedésre képes. A kiegészítő biztosítók aránytalan növekedését az OEP a második vonalú biztosítók versenyében szerepelve közvetlenül is szabályozhatja.

Az OEP és a kiegészítő biztosítók a betegek közvetlen térítésével is „versenyeznek”. Amennyiben a betegek közvetlen térítése „átalány-jellegű”, nincs szinkronban a tényleges gyógyítási költséggel, akkor a veszteség kockázata igen magas. Ebben a situációban nincs értelme viszontbiztosításnak, és működő tőke bevonása sem képzelhető el. Mindezek következtében átalány jellegű közvetlen térítés csak viszonylag kis költségigényű ellátási körre lehet működőképes. Természetesen a nem-átalány jellegű, a költségek té-

teles megfizetését jelentő, pl. számlával alátámasztott közvetlen térítés kockázata igen kicsi, ez a forma alkalmas nagy költségigényű ellátások finanszírozására.

A bevételek mellé rendelt alaptőke és kapacitás értékek megadása mellett több szintű biztosítási rendszerek várólista-kialakítása, nyereség-felhalmozása, csődvalószínűsége együttesen is modellezhető és elemezhető. A modellhez illesztett feltételes optimalizálás az elvárt hipotézisek függvényében ad becslést a felvázolt rendszer kedvezőbb paramétereinek kialakításához. Megállapítható, hogy az extrém költségek esetén a kockázat továbbhárítása, míg a gyakori káreseményeknél a kapacitások bővítése a rendszer stabilitásának a biztosítéka (5. ábra).



5. ábra
A Monte Carlo szimuláció összesített eredményei a teljes rendszer leírására

KÖVETKEZTETÉSEK

A modell bemeneti értékeinek empirikus adatokkal való feltöltésével, értékes eszköz adható a változtatás-menedzsment kezébe. Bár úgy tűnik, a finanszírozói privatizáció kérdése tartósan lekerült az egészségügyi reform napirendjéről, a modell logikája ráirányíthatja a figyelmet a finanszírozói kockázat kezelésének szükségességére. Az öregedő népesség, a növekvő költségek mellett jelentkező újabb, de

nagy értékű terápiás lehetőségek, ill. az eltérő minőségű igények mentén megfogalmazódó ellátások biztosítása egy drágább és nagyobb költség-varianciájú rendszer felé történő elmozdulást eredményeznek. A társadalombiztosítás előnyeinek fenntartásához az újabb kihívásokkal való szembenézés szükséges, mielőtt csak a szélsőséges megoldások adta lehetőségek maradnának.

Egy hosszú távú stratégia modellezése lehetővé válik a bizonytalanság és a célérték keresés, optimalizációs módszerek együttes alkalmazásával. Ha a koncepcióban foglalt szerkezeti változtatásokhoz olyan optimalizációs feltételrendszert illesztünk, amivel a kívánt célértékek elérhetők az elvárt tartományban, akkor az így kialakított feltételek támogatni adhatnak a folyamat során alkalmazandó szabályozási mechanizmusok hangsúlyainak kialakításához. Ha a célértékek nem érhetőek el az elfogadható tartományban, akkor a feltételrendszer átszabása mellett megfontolandó a kitűzött célok felülvizsgálata is. A célok és feltételek illesztésével a stratégia folyamatosan építhető, az újabb ismervek és igények szerint bővíthető és újraformálható.

A teljes egészségügyi költség mellett a modell lehetővé teszi az egyes kasszákat érintő felhasználások vizsgálatát is. Ez kiterjedhet a finanszírozott tételek listájának felülvizsgálatára, a kikerülő szolgáltatások kiegészítő csomagban történő szerepeltetésének hatásvizsgálatára, a kiadásokhoz rendelt források nagyságának meghatározására, ill. azok kockázatok mentén történő ideális megosztására. A továbbhárított ellátásokkal továbbadható alpbiztosítói bevételek szabályozása mentén lehetőség adódik a betegek oldalán díj formában megjelenő terhek maximalizálásának vizsgálatára is.

További kutatások szükségesek a makroszintű változók értékeit meghatározó alsóbb szintű rendszerlemek közötti kapcsolatok pontosabb feltárására és modellbe történő beépítésére. Nem felejthető el azonban, hogy bár a számítógépes háttérrel futtatható statisztikai-matematikai modellezések igen hatékony eszköznek bizonyulhatnak egy stratégia elemzéséhez, kiértékeléséhez, de önmagukban nem pótolhatják egy hosszú távú, széles körben elfogadott biztosítói alapkoncepció hiányát.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Orosz Éva: Félúton vagy tévúton? Egészségügyünk félmúltja és az egészségpolitika alternatívái. Egészséges Magyarországért Egyesület, 2001.
- [2] Komáromi Éva: Kockázat, díj, tartalék. Matematikai módszerek a vagyonbiztosításban. Budapesti Corvinus Egyetem Operációkutatási Tanszék, Aula Kiadó, 2005.
- [3] Michaletzky Gy: Kockázati folyamatok. ELTE Eötvös Kiadó, 2001.
- [4] Prékopa András: Valószínűségelmélet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
- [5] Kósa András (szerk): Optimumszámítási modellek. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- [6] J. A. Nelder and R. Mead; A simplex method for function minimization, Computer Journal 7 (1965), 308-313.
- [7] Kerényi István: Viszontbiztosítás, Aktuárius Jegyzetek 5. kötet (BKE), 1998

Dr. Bacskai Miklós és Lang Zsolt bemutatása lapunk VII. évfolyamának 2. számában olvasható.